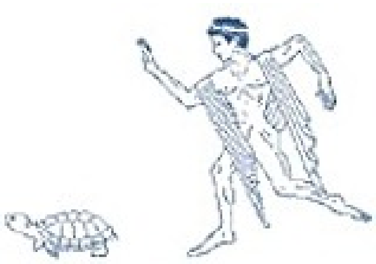
https://www.lycee-pierre-bourdan-maths-video.net/Zenon-d-Elee-le-paradoxe-d-Achille-et-la-tortue

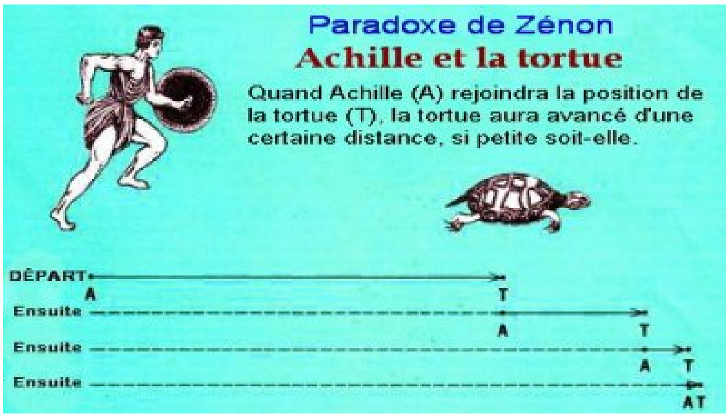
Zénon d'Elée : le paradoxe d'Achille et la tortue

- Pause-café -



Date de mise en ligne : samedi 8 décembre 2012

Achille voit une tortue en avant sur son chemin et se met à courir pour la rattraper. Lorsque Achille atteint la place qu'occupait la tortue, cette dernière a avancé. Il doit donc atteindre maintenant la nouvelle place qu'elle occupe, et ainsi de suite...
Par conséquent, Achille ne pourra jamais rattraper la tortue puisqu'il doit toujours parvenir d'abord au point que la tortue vient de quitter !



Le paradoxe de Zénon

Ce paradoxe porte le nom de *Zénon*, philosophe grec de l'Antiquité. Ce dernier est principalement connu pour avoir formulé divers paradoxes destinés à soutenir les thèses de son maître, *Parménide*.

Thérèse Eveilleau, sur son site *Mathématiques magiques*, nous donne une belle illustration du cadre mathématique de ce paradoxe, avec Aladin et le petit lion :
https://mathsmagiques.fr/pages/paradoxe/textes/zenon.htm

Aristote, dans le livre VI de sa *Physique*, réfuta ce paradoxe :
« Le deuxième est celui qu'on appelle l'Achille. Le voici : le plus lent à la course ne sera jamais rattrapé par le plus rapide ; car celui qui poursuit doit toujours commencer par atteindre le point d'où est parti le fuyard, de sorte que le plus lent a toujours quelque avance. C'est le même raisonnement que celui de la dichotomie : la seule différence, c'est que, si la grandeur successivement ajoutée est bien divisée, elle ne l'est plus en deux. On tire bien comme conclusion du raisonnement que le plus lent ne sera pas rattrapé par le plus rapide ; mais c'est pour la même raison que dans la dichotomie : dans les deux cas, en effet, on conclut qu'on ne peut arriver à la limite, la grandeur étant divisée d'une façon ou une autre ; mais, ici, on ajoute que même ce héros de vitesse, dans la poursuite du plus lent, ne pourra y arriver. Par suite, la solution sera aussi la même. Quant à penser que celui qui est en avant ne sera pas rattrapé, c'est faux ; en effet, tant qu'il est en avant, il n'est pas rattrapé ; mais cependant il est rattrapé, pour peu qu'on accorde que c'est une ligne finie qui est parcourue. » [1]

Finalement, au bout de combien de temps Achille rattrapera-t-il la tortue ?

https://www.lycee-pierre-bourdan-maths-video.net/local/cache-vignettes/L64xH64/pdf-b8aed.svg
Au bout de combien de temps Achille rattrapera-t-il la tortue ?

---

[1] Aristote, Physique (livre VI, 239 b), tome second, traduction *Henri Carteron*, Société d'Édition *« Les Belles Lettres »*, Paris, 1931, p. 61. En grec ancien :

Δεύτερος δ᾽ ὁ καλούμενος Ἀχιλλεύς· ἔστι δ᾽ οὗτος, ὅτι τὸ βραδύτερον οὐδέποτε καταληφθήσεται θέον ὑπὸ τοῦ ταχίστου· ἔμπροσθεν γὰρ ἀναγκαῖον ἐλθεῖν τὸ διῶκον, ὅθεν ὥρμησε τὸ φεῦγον, ὥστ᾽ ἀεί τι προέχειν ἀναγκαῖον τὸ βραδύτερον. Ἔστι δὲ καὶ οὗτος ὁ αὐτὸς λόγος τῷ διχοτομεῖν, διαφέρει δ᾽ ἐν τῷ διαιρεῖν μὴ δίχα τὸ προσλαμβανόμενον μέγεθος. Τὸ μὲν οὖν μὴ καταλαμβάνεσθαι τὸ βραδύτερον συμβέβηκεν ἐκ τοῦ λόγου, γίνεται δὲ παρὰ ταὐτὸ τῇ διχοτομίᾳ (ἐν ἀμφοτέροις γὰρ συμβαίνει μὴ ἀφικνεῖσθαι πρὸς τὸ πέρας, διαιρουμένου πως τοῦ μεγέθους· ἀλλὰ πρόσκειται ἐν τούτῳ ὅτι οὐδὲ τὸ τάχιστον τετραγῳδημένον ἐν τῷ διώκειν τὸ βραδύτατον), ὥστ᾽ ἀνάγκη καὶ τὴν λύσιν εἶναι τὴν αὐτήν. Τὸ δ᾽ ἀξιοῦν ὅτι τὸ προέχον οὐ καταλαμβάνεται, ψεῦδος· ὅτε γὰρ προέχει, οὐ καταλαμβάνεται· ἀλλ᾽ ὅμως καταλαμβάνεται, εἴπερ δώσει διεξιέναι τὴν πεπερασμένην.

Aristote et l'Achille en grec ancien