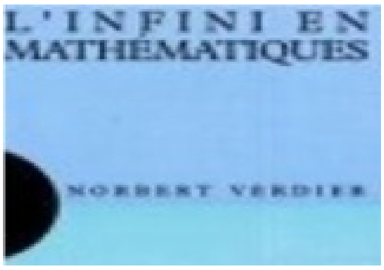
https://www.lycee-pierre-bourdan-maths-video.net/Le-tout-est-il-toujours-plus-grand-que-la-partie

Le tout est-il toujours plus grand que la partie ?

- Pause-café -



Date de mise en ligne : samedi 8 décembre 2012

« Mais il y a difficulté à propos de l'étude de l'infini. Qu'on le pose aussi bien comme non existant que comme existant, il s'ensuit maintes impossibilités. » **Aristote** [1]

Pour ce dernier, l'infini n'était pas *en acte* mais *en puissance*.

****

« Considérons la suite des nombres entiers

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ... *n* ...

et la suite des nombres pairs

2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ... 2*n* ...

Si, à chaque nombre *n*, nous faisons correspondre le nombre pair 2*n*, nous pouvons dire qu'il y a autant de nombres pairs que de nombres. Cela contredit un des axiomes [2] fondateurs de la géométrie grecque affirmant que le tout est plus grand que la partie. En effet, ici, le tout serait l'ensemble des nombres entiers et la partie, l'ensemble des nombres pairs. L'ensemble des nombres pairs ne représente pas tous les entiers, et, pourtant, il y a "autant" de pairs que d'entiers. Paradoxal !

En revanche, si nous travaillons avec des considérations d'infini potentiel [3], la situation précédente n'est plus paradoxale. Parmi les dix mille premiers entiers, les pairs sont

2 = 2 x 1 ; 4 = 2 x 2 ; 6 = 2 x 3 ; 8 = 2 x 4 ... 10 000 = 2 x 5 000

Donc, parmi les dix mille premiers entiers, il y a cinq mille nombres pairs : ce sont 2 = 2 x 1,
4 = 2 x 2, 6 = 2 x 3, 8 = 2 x 4 ... et le dernier 10 000 = 2 x 5 000. Il y a bien moins de nombres pairs que de nombres entiers parmi ces dix mille premiers entiers. Évidemment, ce résultat est vrai que nous prenions dix mille, vingt mille, un million de nombres ou beaucoup plus. Il n'y a pas de paradoxe. En fait, le problème se pose lorsque nous considérons l'ensemble des nombres pris dans sa totalité, comme un tout, c'est-à-dire perçu comme un infini actuel [4] et non plus comme une succession indéfinie de nombres. » **Norbert Verdier**

Source : Norbert Verdier, *L'infini en mathématiques*, Flammarion, collection Dominos, 1997.

---

[1] Aristote, PHYSIQUE, III, 4, 203b-204a.

[2] Axiome : hypothèse, règle de départ dont on tire les conséquences logiques en vue de l'élaboration d'un système.

[3] Infini potentiel ou en puissance : qui n'a pas de borne, de limite, qui est plus grand que toute quantité de même nature. Avant Cantor, l'ensemble des entiers naturels était conçu comme un infini potentiel car cet ensemble n'est jamais fini. On peut toujours trouver un entier plus grand qu'un entier donné. Avec Cantor, l'ensemble des nombres entiers naturels devient un infini actuel, car il considère cet ensemble dans sa totalité.

[4] Infini actuel ou en acte : infini conçu en tant que totalité.